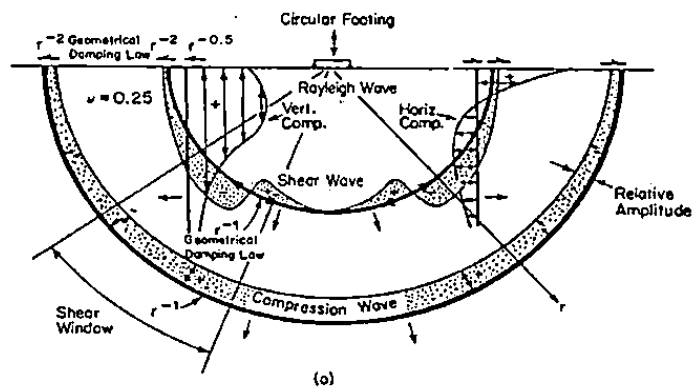


BAB II

TINJUAN PUSTAKA

2.1. Gelombang Mekanik

Bolt (1976) melakukan klasifikasi terhadap gelombang mekanik yang terjadi akibat perambatan energi dari suatu sumber mekanik di tanah yaitu gelombang tubuh (*body wave*) dan gelombang permukaan (*surface wave*). Penetrasi gelombang tubuh bergerak melintasi ke dalam tanah dan gelombang permukaan bergerak secara menyebar searah permukaan tanah. Gelombang tubuh dapat digolongkan lagi ke dalam kelas gelombang tubuh utama (*primary, P*) dan gelombang tubuh sekunder (*secondary, S*). Gelombang P bergerak dengan perubahan partikel-partikelnya yang searah dengan perambatan gelombangnya sedangkan partikel gelombang S berpindah secara tegak lurus terhadap arah perambatan gelombangnya yang selanjutnya dikenali sebagai gelombang geser dalam kajian dinamika tanah. Gelombang permukaan juga dapat digolongkan lagi berdasarkan bentuk perambatannya kepada dua jenis, yaitu gelombang *Love* (gelombang L) dan gelombang *Rayleigh* (gelombang R).



Wave Type	Per Cent of Total Energy
Rayleigh	67
Shear	26
Compression	7

(b)

Berdasarkan sebaran energi mekanik, perambatan tipe gelombang R memiliki 67 % daripada seluruh energi yang dihasilkan dari suatu sumber mekanik (Gambar 1). Oleh karena itu, gelombang R merupakan parameter yang berpotensi bagi pengukuran sifat bahan yang menggunakan asas perambatan gelombang.

2.2. Matrik Kekakuan 3 D untuk Analisis Simpangan Gelombang

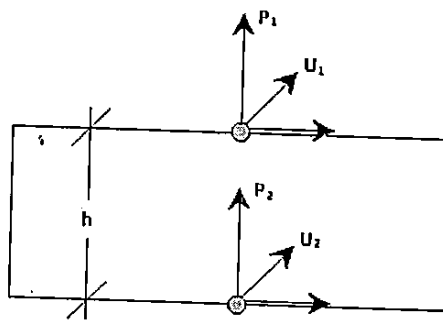
Gelombang R dicirikan sebagai mode natural atau dasar yang perambatannya pada permukaan sesuatu media dihasilkan oleh penggabungan gelombang P dan komponen tegak gelombang S (gelombang SV). Pada sistem yang berlapis dimana sifat elastik berubah dengan kedalaman, kecepatan gelombang R bergantung kepada frekuensi. Fenomena ini yang disebut sebagai penyebaran (*dispersion*) telah banyak dianalisis pada akhir tahun 1940an sebagaimana dijelaskan secara terperinci oleh Ewing et al. (1957). Kausel & Rössset (1981) menjelaskan bahwa persamaan penyebaran gelombang R dapat diturunkan melalui pendekatan matrik dengan mengubah bentuk perpindahan gelombang kepada hubungan vektor. Mekanisme penurunan persamaan perpindahan dan tegangan dapat diperolehi dalam Mera et al. (1991) dan Gucunski (1991). Al Syahea (1994) menjelaskan bahwa persamaan perpindahan gelombang R merupakan fungsi perpindahan dan fungsi kecepatan gelombang P yang bergerak searah dengan perambatan gelombang (atau tegak lurus kepada muka gelombang). Gelombang R juga merupakan fungsi perpindahan partikel gelombang S yang bergerak tegak lurus kepada arah perambatan gelombang (atau searah dengan muka gelombang).

Pendekatan matrik kekakuan dinamik (*dynamic stiffness matrix*) oleh Kausel dan Rössset (1981) dilakukan dengan memasukkan fungsi perpindahan dan daya dalam domain frekuensi dan nomor gelombang menggunakan parameter kekakuan bahan pada permukaan atas dan bagian bawah suatu lapisan media. Pendekatan analisis matrik kekakuan ini diturunkan daripada invari basen matrik untuk

Jika tegangan di atas (S_0) dan di bawah (S_1) lapisan adalah fungsi vektor daripada beban luar atas (P_1) dan bawah (P_2) sedangkan hasil inversi matrik perpindahan disebut sebagai nilai K dan perpindahan $U_0 = U_1$ serta $U_h = U_2$ (Gambar 2), maka secara ringkas persamaan matrik kekakuan dapat dituliskan sebagai:

$$P = K U \quad (2.2)$$

disini K = matrik kekakuan dinamik lapisan dalam frekuensi dan nomor gelombang tertentu.



Gambar 2.2. Skematik beban luar sebagai tegangan dan perpindahan pada suatu lapisan (Kausel & Roesset 1981)

Kausel & Roesset (1981) merumuskan penyelesaian bentuk matrik kekakuan untuk gelombang P dan SV untuk koordinat kartesian dan silinder dalam bentuk tepat (*exact*) dan diskrit (*discrete*). Matrik kekakuan tepat dihitung berdasarkan kepada perubahan perpindahan dalam bentuk fungsi transenden, untuk nilai-nilai $\omega > 0$ dan $k > 0$ yang dinyatakan dalam :

$$K = 2 k G \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$K_{11} = \frac{1-s^2}{2D} \begin{bmatrix} \frac{1}{s}(C^r S^s - rs C^s S^r) & -(1 - C^r S^s + rs S^r S^s) \\ -(1 - C^r S^s + rs S^r S^s) & \frac{1}{r}(C^s S^r - rs C^r S^s) \end{bmatrix} - \frac{1+S^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$K_{12} = \frac{1-s^2}{2D} \begin{bmatrix} \frac{1}{s}(rsS^r - S^s) & -(C^r - C^s) \\ C^r - C^s & \frac{1}{r}(rsS^2 - S^r) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

K_{22} = sama sebagaimana matrik K_{11} dengan tanda diagonal tertutupnya dirubah

$$K_{21} = K_{12}^T$$

Untuk matrik kekakuan bentuk setengah ruang diturunkan sebagai:

$$K = 2kG \left[\frac{1-s^2}{2(1-rs)} \begin{Bmatrix} r & 1 \\ 1 & s \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{Bmatrix} \right] \quad (2.6)$$

disini,

$$C^r = \cosh krh \quad S^r = \sinh krh$$

$$C^s = \cosh ksh \quad S^s = \sinh ksh$$

$$D = 2(1 - C^r C^s) + \left(\frac{1}{rs} + rs \right) S^r S^s \quad (2.7)$$

h = tebal lapisan

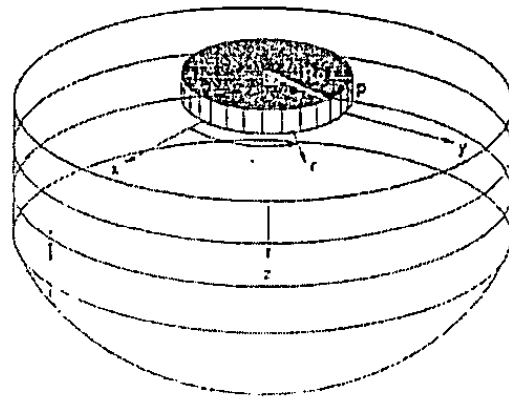
r dan s sebagaimana yang disebutkan sebagai :

$$r = \frac{in}{l} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{kV_p} \right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_p} \right)^2} \quad (2.8)$$

$$s = \frac{in'}{l'} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{kV_s} \right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_s} \right)^2} \quad (2.9)$$

Kausel dan Peak (1982) mengusulkan suatu penyelesaian analitik untuk gerak balas pada sensor gelombang yang diletakkan pada jarak yang berubah-ubah dengan sumber gelombang vertikal. Dalam kajiannya dimodelkan sebuah punca beban berpermukaan bulat yang menghasilkan gelombang permukaan berbentuk muka gelombang silinder dan gelombang tubuh berbentuk muka gelombang hemisfera. Apabila sumber mekanik gelombang *transient* diberikan pada permukaan media, gelombang akan merambat

ruang setengah bulatan dengan permukaan lapisan teratas berbentuk lingkaran berkoordinat silinder yang berdimensi 3, sebagaimana dijelaskan dalam Gambar 3.



Gambar 2.3. Model penyelesaian analisis 3 dimensi untuk media berlapis (Gucunski 1991)

Dalam analisisnya, penyelesaian sistem ini mampu menggabungkan seluruh komponen gelombang tegangan yang juga dikenali dengan bentuk penyelesaian 3 dimensi (3 D). Susunan umum perpindahan gelombang dan tegangan model 3 D pada lapisan permukaan suatu media dalam sistem koordinat silinder dinyatakan sebagai (Mera et al. 1991):

$$\begin{bmatrix} \bar{U} \\ \bar{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_n & \cdot \\ \cdot & C_n \end{bmatrix}^T E_{(z)} A \exp(i\omega t) \quad (2.10)$$

disini, T, E(z) dan A adalah susunan matrik sebagai :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & s & 1 & -s \\ -r & -1 & r & -1 \\ 2kGr & kG(1+s^2) & -2kGr & kG(1+s^2) \\ -kG(1+s^2) & -2kGs & -kG(1+s^2) & 2kGs \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$E_{(z)} = \text{Diag} [e^{krz}, e^{ksz}, e^{-krz}, e^{-ksz}] \quad (2.12)$$

$$A = [kV_p \quad ikV_s \quad kV_p \quad ikV_s \dots]^T$$

$C_n = C_n(kr)$, adalah merupakan fungsi silinder pada peringkat n dan juga merupakan jenis (*kind*) pertama, kedua atau ketiga dari fungsi transformasi Bessel atau Neumann atau Hankel. Faktor C_n merupakan bentuk matrik pada nomor gelombang dan nilai jari-jari yang dinyatakan sebagai (Kausel & Rössset 1981):

$$C_n(kr) = \begin{bmatrix} \frac{\partial C_n}{\partial kr} & \frac{n}{kr} C_n & \cdot \\ \frac{n}{kr} C_n & \frac{\partial C_n}{\partial kr} & \cdot \\ \cdot & \cdot & -C_n \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Persamaan 10 di atas adalah pengembangan dari persamaan dasar sistem simpangan dan beban dinamik sebagaimana dijelaskan dalam Persamaan 1. Penyelesaian model 3 D bentuk simetri searah (*axisymmetric*) dapat dinyatakan dalam silinder koordinat yang nilai tegangan dan perpindahan pada permukaan yang horisontal dirumuskan dalam seri Fourier pada arah perputaran (θ) dan fungsi silinder pada arah radial (r). Seterusnya vektor beban (mewakili fungsi tegangan) pada permukaan media dapat dinyatakan dalam domain frekuensi-nomor gelombang yang ditransformasikan dari domain ruang sebagai :

$$\overline{Ps}_{(k,n)} = a_n \int_{r=0}^{\infty} r \cdot C_n \int_{\theta=0}^{2\pi} D_n Ps_{(r,\theta)} d\theta dr \quad (2.15)$$

disini,

$\overline{Ps}_{(k,n)}$ = vektor beban dalam domain frekuensi dan nomor gelombang.

$Ps_{(r,\theta)}$ = vektor beban dalam domain ruang yang komponennya dinyatakan dalam arah radial/jari-jari, tangen dan vertikal/tegak.

Faktor a_n bernilai $\frac{1}{2\pi}$ untuk $n = 0$ dan $\frac{1}{\pi}$ untuk $n \neq 0$,

$D_{n(n,\theta)}$ dinyatakan sebagai matrik $[\cos n \theta, -\sin n \theta, \cos n \theta]^T$ untuk susunan simetri dan $[\sin n \theta, \cos n \theta, \sin n \theta]^T$ untuk susunan anti simetri.

Gucunski (1991) mengambil bentuk fungsi Bessel (J_n) dari transformasi Hankel untuk menyatakan persamaan...

$$Cn_{(kr)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k} \left[\frac{\partial Jn_{(kr)}}{\partial r} \right] & \frac{n}{kr} Jn_{(kr)} & \cdot \\ \frac{n}{kr} Jn_{(kr)} & \frac{1}{k} \left[\frac{\partial Jn_{(kr)}}{\partial r} \right] & \cdot \\ \cdot & \cdot & -Jn_{(kr)} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Jenis pertama fungsi Hankel (H^k) tingkat n digunakan untuk memodelkan perambatan gelombang dari ruang tak terhingga (*infinite*) menuju permukaan asal (*origin*). Manakala jenis kedua fungsi Hankel tingkat n digunakan untuk menganalisis pergerakan gelombang dari pusat kawasan (*center region*) menuju ke medan yang jauh (*far field*). Apabila diambil asumsi bahwa beban, $P_{S(r,0)}$, yang terjadi di permukaan sebagai beban tegak yang sama/seragam (P_0) yang membentuk luasan bulat dengan jari-jari (R_0) dan hanya bagian Fourier yang simetri saja yang bernilai nol ($n = 0$), maka bentuk beban dalam nomor gelombang dinyatakan sebagai (Gucunski 1991):

$$\bar{P}_s = -P_0 \int_{r=0}^{r=R_0} r \cdot J_0(kr) dr = -\frac{P_0 \cdot R_0}{k} J_1(kR_0) \quad (2.17)$$

disini, P_0 = beban tegak sama/seragam membentuk luasan bulat pada sistem.

Perpindahan gelombang horizontal, $u(k)$, dan vertikal, $w(k)$, dapat ditentukan menggunakan hubungan persamaan beban dan matrik kekakuan sebagai :

$$\bar{U}_s = K^{-1} \bar{P}_s \quad (2.18)$$

Dalam domain ruang, inversi transformasi Hankel diperlukan untuk menyusun

dimana $U_{s(r,0)}$ mewakili perpindahan pada domain ruang dan $\overline{U}_{s(k,n)}$ merupakan nilai perpindahan untuk domain nomor gelombang. Tambahan lagi, Gucunski (1991) menjelaskan hanya komponen perpindahan u dan w saja yang masih tetap dalam kasus simetri searah. Oleh karena itu, baris dan lajur kedua daripada matrik D dan Cn boleh diabaikan. Perpindahan pada permukaan media dirumuskan dalam :

$$\begin{bmatrix} u_{so(r)} \\ w_{so(r)} \end{bmatrix} = \int_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \frac{\partial J_0(kr)}{\partial r} & 0 \\ 0 & -kJ_0(kr) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n(k) \\ w_n(k) \end{bmatrix} dk \quad (2.20)$$

Oleh kerana hanya paramater perpindahan vertikal saja yang digunakan dalam teknik SASW, maka persamaan di atas hanya dituliskan sebagai (Gucunski 1991):

$$w_{so}(r) = - \int_{k=0}^{\infty} kJ_0(kr)w_n(k)dk = \frac{1}{1-PoRo} \int_{k=0}^{\infty} J_1(kR_n)J_0(kr)w_n(k)dk \quad (2.21)$$

dan bentuk diskritnya dituliskan dalam :

$$w_{so}(r) = - \frac{i\pi qR}{2} \sum_{l=1}^{2N} \frac{(\phi_l^w)^2 J_1(k_l R_1) H_0^{(2)}(k_l r)}{k_l} \quad (2.22)$$

2.3. Aplikasi Algoritma Cooley-Tukey untuk Analisis Seismik

Tahapan terpenting dalam metode SASW adalah analisis dan intepretasi rekaman data gelombang permukaan dari lapangan. Data gelombang permukaan berdomain waktu diterima dalam bentuk digital, seterusnya melalui proses FFT menggunakan algoritma Cooley-Tukey ditampilkan dalam beberapa bentuk spektrum berdomain frekuensi. Proses FFT merupakan analisis sinyal berdomain waktu dalam bentuk diskrit (*discrete time signals*, DTS) kepada satu seri fungsi sinus dan kosinus, yang disebut sebagai sinyal berdomain frekuensi dalam bentuk diskrit (*discrete Fourier transform*, DFT). Terdapat beberapa keuntungan dalam penggunaan DFT untuk pemrosesan sinyal gelombang seismik, yaitu proses analisis yang lebih strategis, memiliki fasilitas spektrum dalam

algoritma yang efisien (Santamarina & Fratta 1998). Beberapa analisis spektrum gelombang berbasis DFT yang penting yang digunakan dalam metode SASW adalah spektrum-auto *density* (*autospectral density*), fungsi perpindahan (*transfer function*) berbasis fase dan fungsi koheren (*coherence*).

Spektrum-auto *density*, $G_{xx}(f)$, didefinisikan sebagai hasil perkalian spektrum linear, $S_x(f)$ dan bilangan kompleksnya, $S_x^*(f)$, yaitu:

$$G_{xx}(f) = S_x(f) \cdot S_x^*(f) \quad (2.23)$$

disini $S_x(f)$ adalah spektrum linear yang merupakan bentuk sederhana dari transformasi Fourier dari sinyal $x(t)$ dalam domain waktu. Spektrum ini merupakan fungsi kompleks yang dapat diwakili oleh bagian nyata dan imajiner atau dengan nilai magnitude dan fase. Secara matematik, persamaan spektrum linier dapat dituliskan dalam bentuk :

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (2.24)$$

Spektrum tenaga auto merupakan bentuk nyata dan fungsi positif yang dapat dinyatakan sebagai kuasa getaran dalam fungsi frekuensi gelombang yang dihasilkan.

Fungsi perpindahan, $H(f)$, merupakan perbandingan nilai output terhadap input spektrum linier gelombang, yang dinyatakan dalam bentuk:

$$H(f) = \frac{S_y(f)}{S_x(f)} \quad (2.25)$$

Fungsi perpindahan juga dikenali sebagai fungsi gerak balas/reaksi frekuensi. Jika kedua-dua spektrum linier output dan input melibatkan bilangan kompleks, maka

$$H(f) = \frac{G_{rx}(f)}{G_{rx}(f)} = \frac{A_2}{A_1} \{ \cos(\phi_2 - \phi_1) + i \sin(\phi_2 - \phi_1) \} \quad (2.26)$$

disini $(\phi_2 - \phi_1)$ adalah perbedaan nilai fase diantara dua komponen gelombang yang ditentukan oleh sudut fase yang diperoleh dari kedua sensor gelombang. Selanjutnya data ini dapat digunakan untuk menghitung kecepatan fase dalam pembuatan kurva penyebaran lapangan dari pengukuran SASW (Joh 1996) dan sifat pelemahan suatu sistem linear (Gucunski 1991).

Fungsi koheren didefinisikan sebagai perbandingan tenaga output yang disebabkan oleh input terhadap seluruh output yang diukur. Fungsi ini dinyatakan sebagai:

$$\gamma^2(f) = \frac{[G_{rx}(f) \cdot G_{rx}^*(f)]}{[G_{rx}(f) \cdot G_{rx}(f)]} \quad (2.27)$$

disini $\gamma^2(f)$ adalah nilai koheren yang digunakan untuk mengenal pasti korelasi terbaik diantara sinyal input dan output. Nilai koheren ditetapkan sebagai nomor nyata diantara 0 – 1. Stokoe et al. (1994) menjelaskan bahwa nilai koheren 1 didefinisikan sebagai nilai perbandingan tertinggi penggabungan diantara sinyal sedangkan nilai yang lebih rendah daripada 1 menunjukkan penurunan kualitas sinyal. Al Hunaidi (1992) menyatakan bahwa nilai koheren yang boleh digunakan sebagai parameter pengukuran bagi sinyal yang baik bernilai lebih dari 0.98. Meskipun demikian, nilai koheren yang rendah tidak hanya sepenuhnya disebabkan oleh kualitas korelasi yang rendah diantara sinyal. Terdapat beberapa faktor lainnya seperti resolusi lebar jalur frekuensi yang rendah dan sinyal masukan yang berganda (Nazarian 1984) yang menyebabkan nilai koheren yang rendah.

2.4. Analisis Kecepatan Gelombang Rayleigh

Kaedah perbedaan fase (*phase different method*) adalah cara yang dipakai untuk menghitung kecepatan gelombang menggunakan waktu pergerakan gelombang. Waktu pergerakan gelombang (t) boleh dihitung daripada nilai beda fase (ϕ) dari kedua sensor menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\phi = 2\pi f_0 t \quad (2.28)$$

$$t = \frac{\phi}{2\pi f_0} \quad (2.29)$$

Selanjutnya jika jarak antara dua sensor (d) ditetapkan maka kecepatan fase (V_{PH}) dan panjang gelombang (λ) boleh ditentukan daripada :

$$V_{PH} = \frac{d}{t_1} = f_0 \cdot \lambda \quad (2.30)$$

$$\lambda = \frac{d}{\phi/2\pi} \quad (2.31)$$

Beda fase boleh diperolehi melalui hasil transformasi Fourier terhadap perpindahan gelombang dalam spektrum fungsi perpindahan berunit sudut fase untuk setiap nilai frekuensi yang dihasilkan.

2.5. Analisis Modulus Elastisitas Bahan dari Data Gelombang

Berasaskan teori teknik perambatan gelombang, modulus geser maksimum bahan bagi regangan di bawah 0.0003 % dapat ditentukan dari kecepatan perambatan gelombang geser sebagai (Kramer 1996):

$$G = \rho V_s^2 \quad (2.32)$$

disini, ρ adalah berat jenis, diperolehi daripada $\frac{\gamma_t}{g}$, dimana γ_t adalah berat unit bahan

dan g merupakan nilai gravitasi. Modulus elastik bahan juga dapat dihitung menggunakan nilai kecepatan gelombang apabila nisbah Poisson (ν) bahan diketahui.

Berasaskan teori elastik (Meador & Wislak, 1972) ...