

SISTEM-SISTEM KOORDINAT

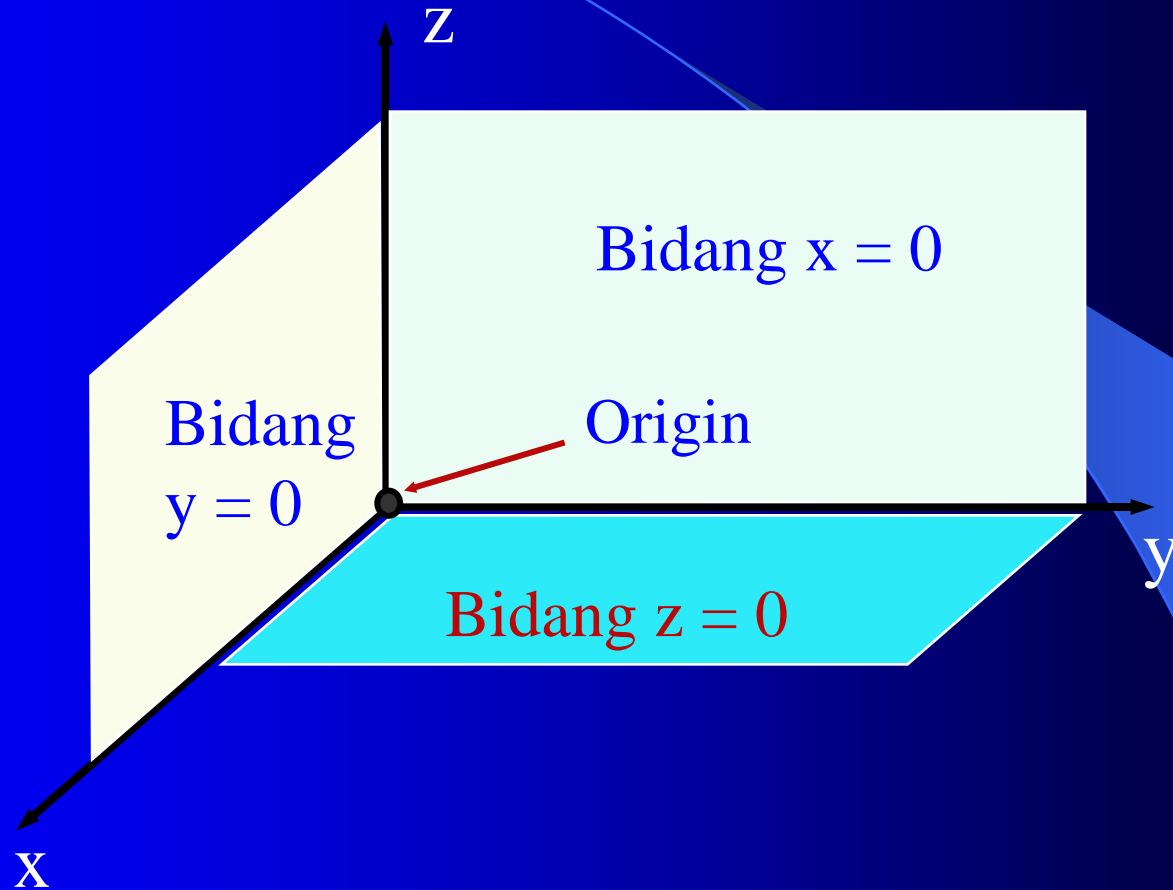
Dr. Ramadoni Syahputra

Jurusan Teknik Elektro FT UMY

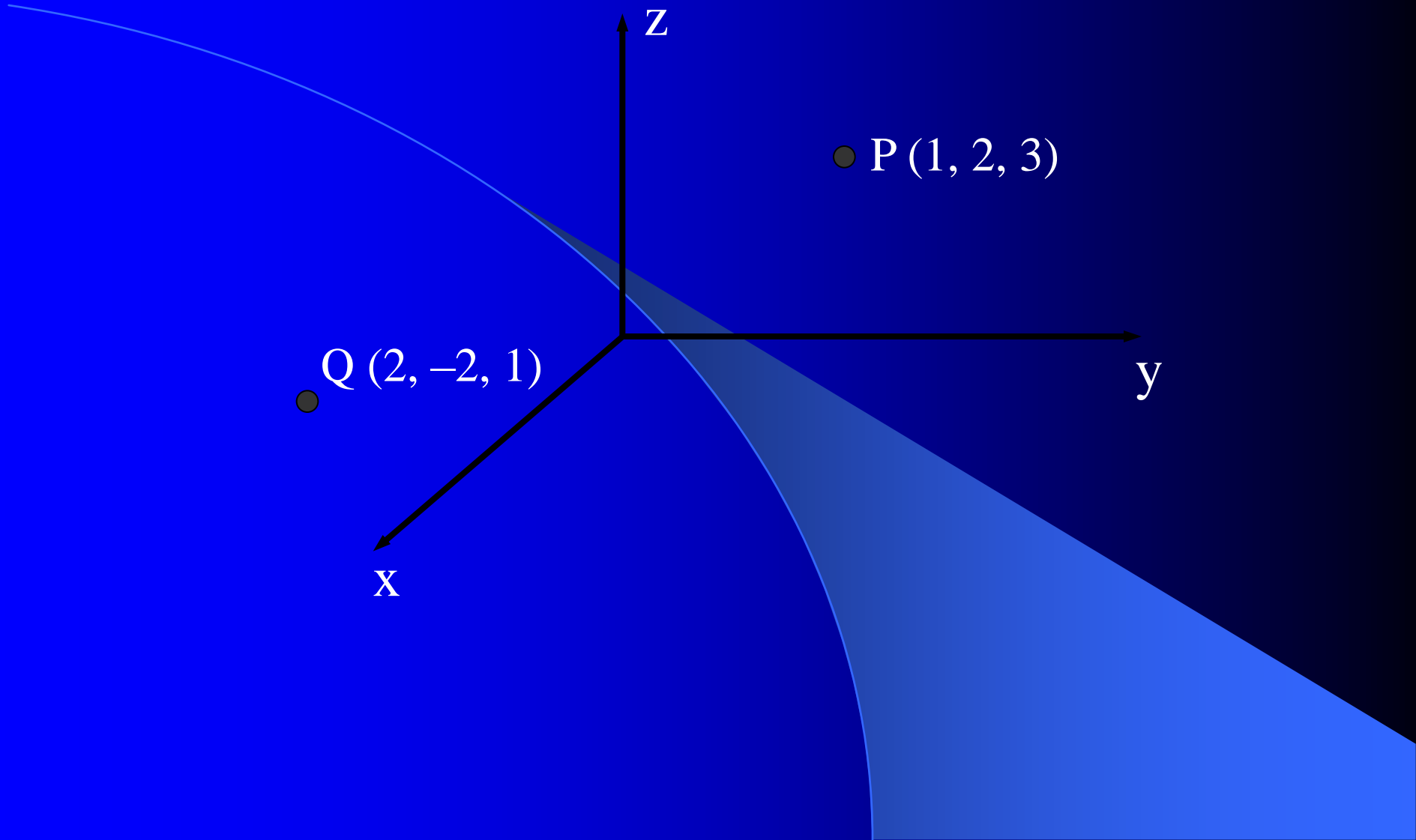
Sistem Koordinat Kartesian

- ◆ Dalam sistem koordinat Kartesian, terdapat tiga sumbu koordinat yaitu sumbu x , y , dan z .
- ◆ Suatu titik koordinat A memenuhi pasangan koordinatnya dengan menempati koordinat x , y , dan z .
- ◆ Dengan menggunakan tangan kanan yang terdiri dari ibu jari, telunjuk, dan jari tengah kita dapat menyatakan sumbu x , y dan z .

Sistem koordinat Kartesian



Sistem koordinat Kartesian



Sistem koordinat Kartesian

Panjang diferensial suatu garis dalam sistem koordinat kartesian dL diberikan oleh:

$$dL = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$$

dengan dx , dy , dan dz merepresentasikan tiga variabel komponen panjang sistem koordinat kartesian.

Sistem koordinat Kartesian

Elemen volume differential tersusun dari tiga sisi panjang yaitu dx , dy , dan dz .

➤ Volume diferensial:

$$dv = dx \, dy \, dz, \text{ and}$$

➤ luas daerah permukaan diferensial:

$$dS = dx \, dy$$

$$dS = dy \, dz, \text{ or}$$

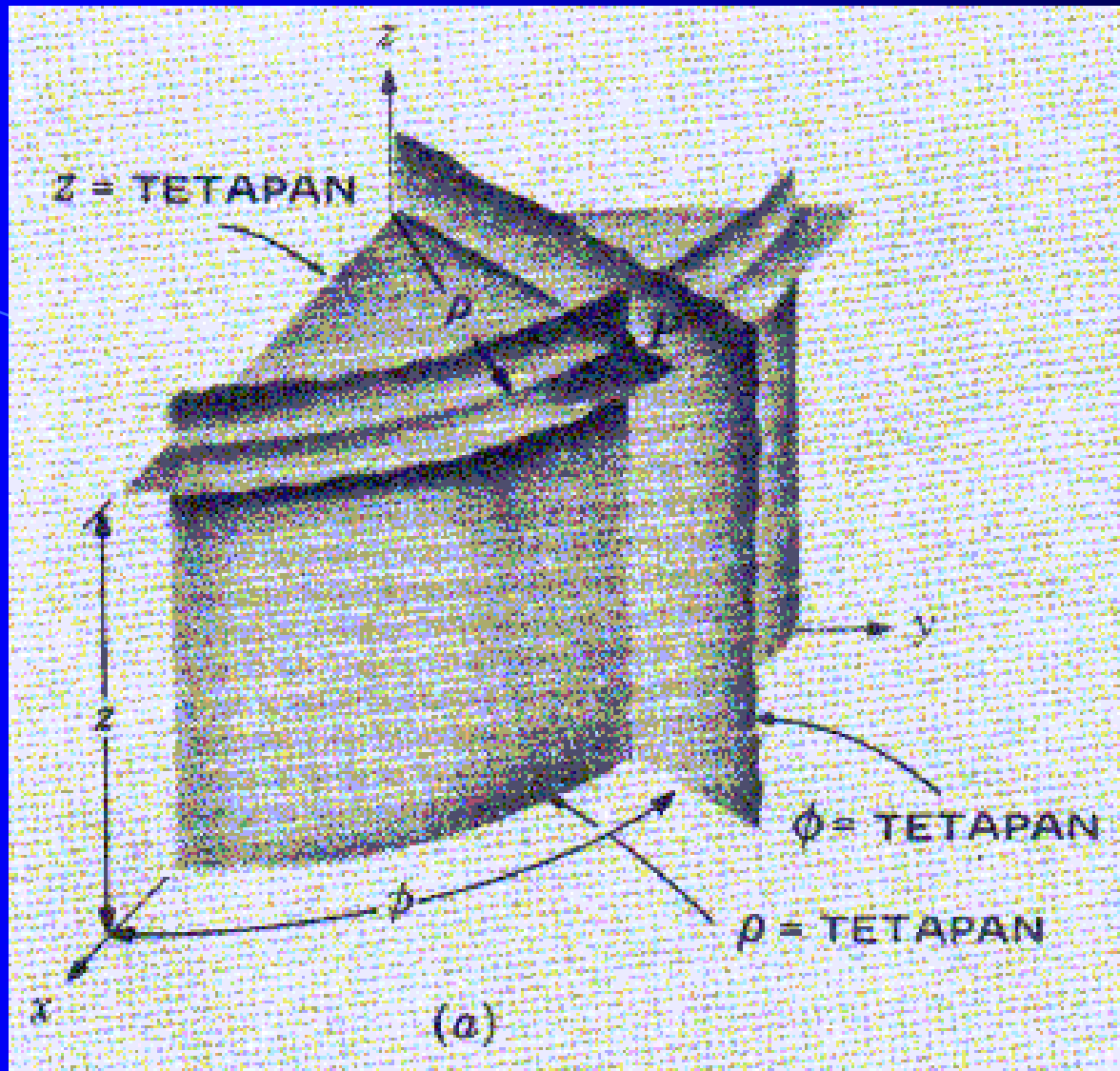
$$dS = dx \, dz$$

Sistem Koordinat Tabung

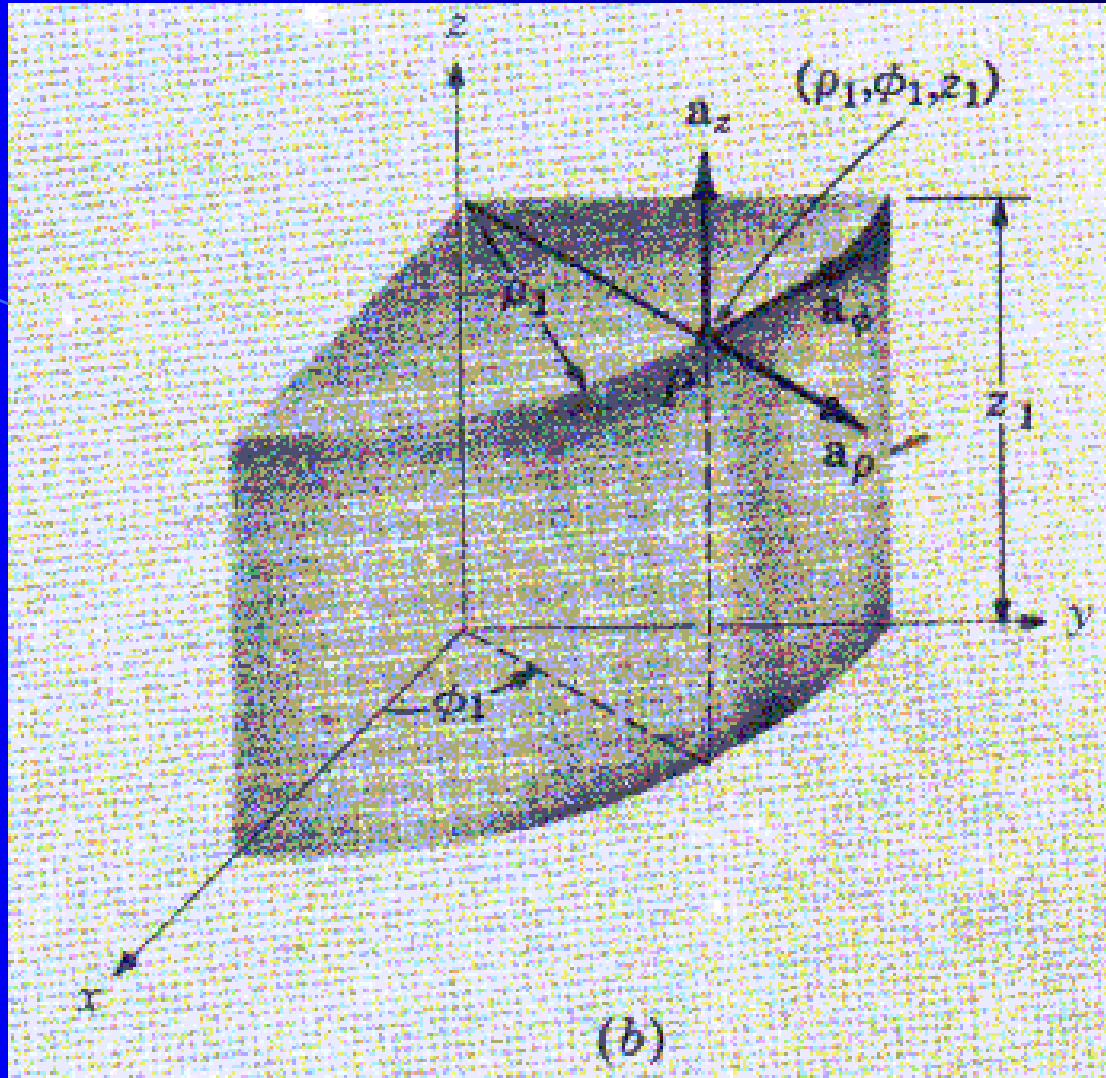
- Sistem koordinat tabung (silindris) merupakan versi tiga dimensi dari koordinat polar (koordinat kutub) dalam geometri analitik.
- Dalam koordinat polar dua dimensi, sebuah titik dalam bidang ditentukan oleh jarak ρ dari titik asal, dan sudut ϕ antara garis yang menghubungkan titik asal dengan titik tersebut dan garis radial (sebarang) yang dipilih sebagai acuan (referensi).

- Dalam sistem koordinat tabung, tiap titik dipandang sebagai perpotongan dari tiga bidang yang saling tegak lurus.
- Ketiga bidang tersebut terdiri atas bidang tabung lingkaran ($\rho = \text{tetapan}$), bidang datar ($\phi = \text{tetapan}$), dan bidang datar lainnya ($z = \text{tetapan}$).

- ◆ Tiga vektor satuan dalam sistem koordinat tabung yaitu \mathbf{a}_ρ , \mathbf{a}_ϕ , dan \mathbf{a}_z . Vektor satuan \mathbf{a}_ρ pada titik $P(\rho_1, \phi_1, z_1)$ arahnya menjauhi titik asal, normal pada bidang tabung $\rho=\rho_1$.
- ◆ Vektor tersebut terletak pada bidang $\phi=\phi_1$ dan $z=z_1$. Vektor satuan \mathbf{a}_ϕ normal pada bidang $\phi=\phi_1$, mempunyai arah yang sama dengan arah bertambahnya ϕ , terletak pada $z=z_1$ dan menyinggung permukaan tabung $\rho=\rho_1$.
- ◆ Vektor satuan \mathbf{a}_z sama dengan vektor satuan \mathbf{a}_z dalam koordinat kartesian. .

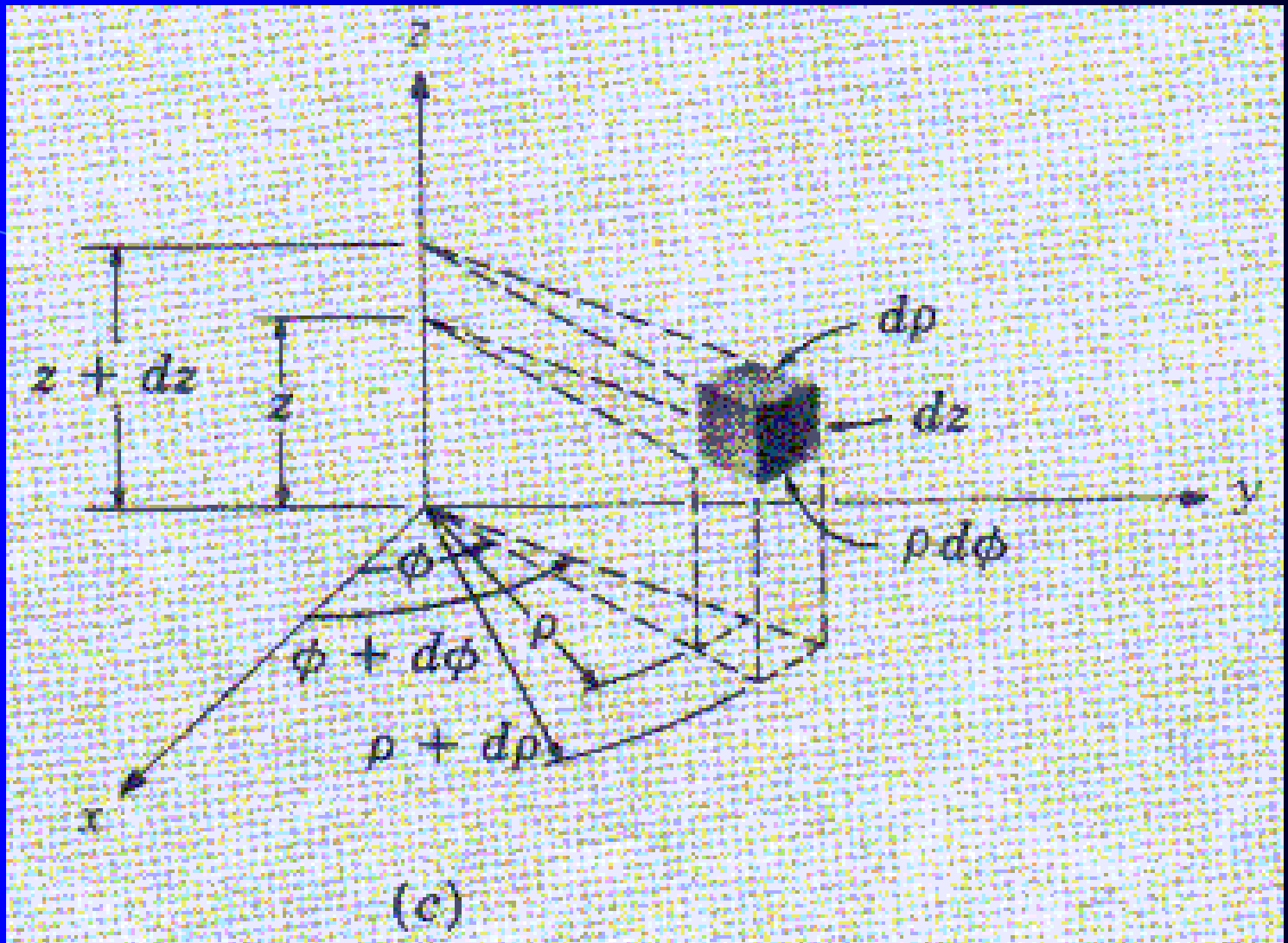


Gambar Sistem koordinat tabung, Ketiga bidang saling tegak lurus



Ketiga vektor satuan dalam sistem koordinat kartesian

- Volume diferensial dalam koordinat tabung diperoleh dengan menambah ρ , ϕ , dan z dengan pertambahan diferensial $d\rho$, $d\phi$, dan dz .
- Dua buah tabung berjejari ρ dan $\rho + d\rho$, dua buah bidang radial pada sudut ϕ dan $\phi + d\phi$, dan dua buah bidang horizontal pada ketinggian z dan $z + dz$ membatasi volume kecil. yang berbentuk potongan kayu.
- Jika volumenya sangat kecil maka bentuknya seperti kotak yang panjang sisi-sisinya $d\rho$, $d\phi$, dan dz . Luas permukaannya $\rho d\rho d\phi$, $d\rho dz$, dan $\rho d\phi dz$. dan volumenya menjadi $\rho d\rho d\phi dz$.



Volume diferensial dalam koordinat tabung

Hubungan antara Sistem Koordinat Tabung dan Sistem Koordinat Kartesian

$$x = \rho \cos \phi$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$z = z$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\rho \geq 0)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$z = z$$

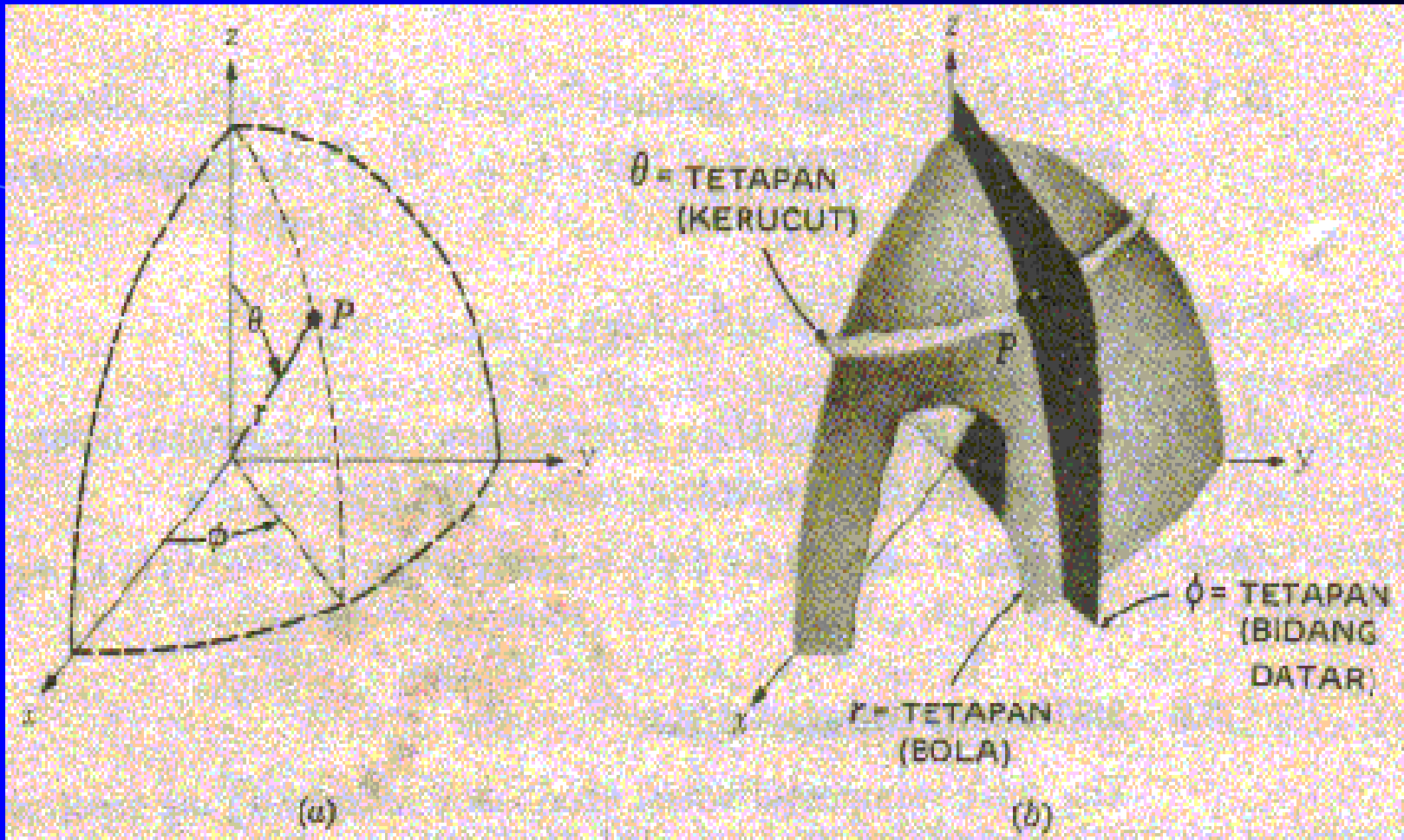
Hubungan antara Sistem Koordinat Tabung dan Sistem Koordinat Kartesian

	\mathbf{a}_ρ	\mathbf{a}_ϕ	\mathbf{a}_z
$\mathbf{a}_x \cdot$	$\cos \phi$	$-\sin \phi$	0
$\mathbf{a}_y \cdot$	$\sin \phi$	$\cos \phi$	0
$\mathbf{a}_z \cdot$	0	0	1

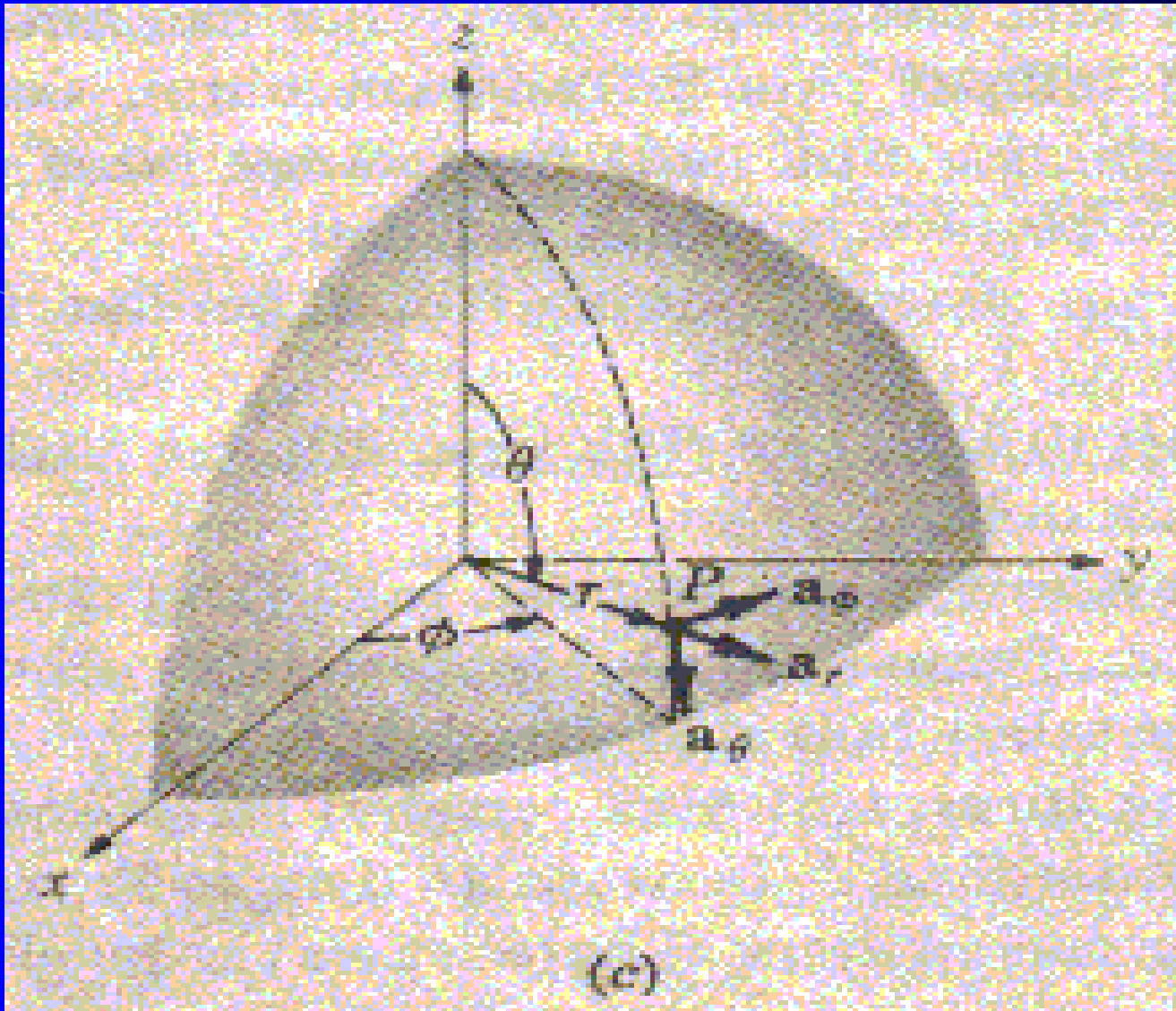
Sistem Koordinat Bola

- Sistem koordinat bola dapat dibangun berdasarkan ketiga sumbu.
- Didefinisikan r sebagai jarak dari titik asal ke titik yang ditinjau.
- Permukaan $r = \text{tetapan}$ adalah sebuah bola.
- Koordinat kedua ialah sudut θ antara sumbu z dan garis yang ditarik dari titik asal ke titik yang ditinjau.

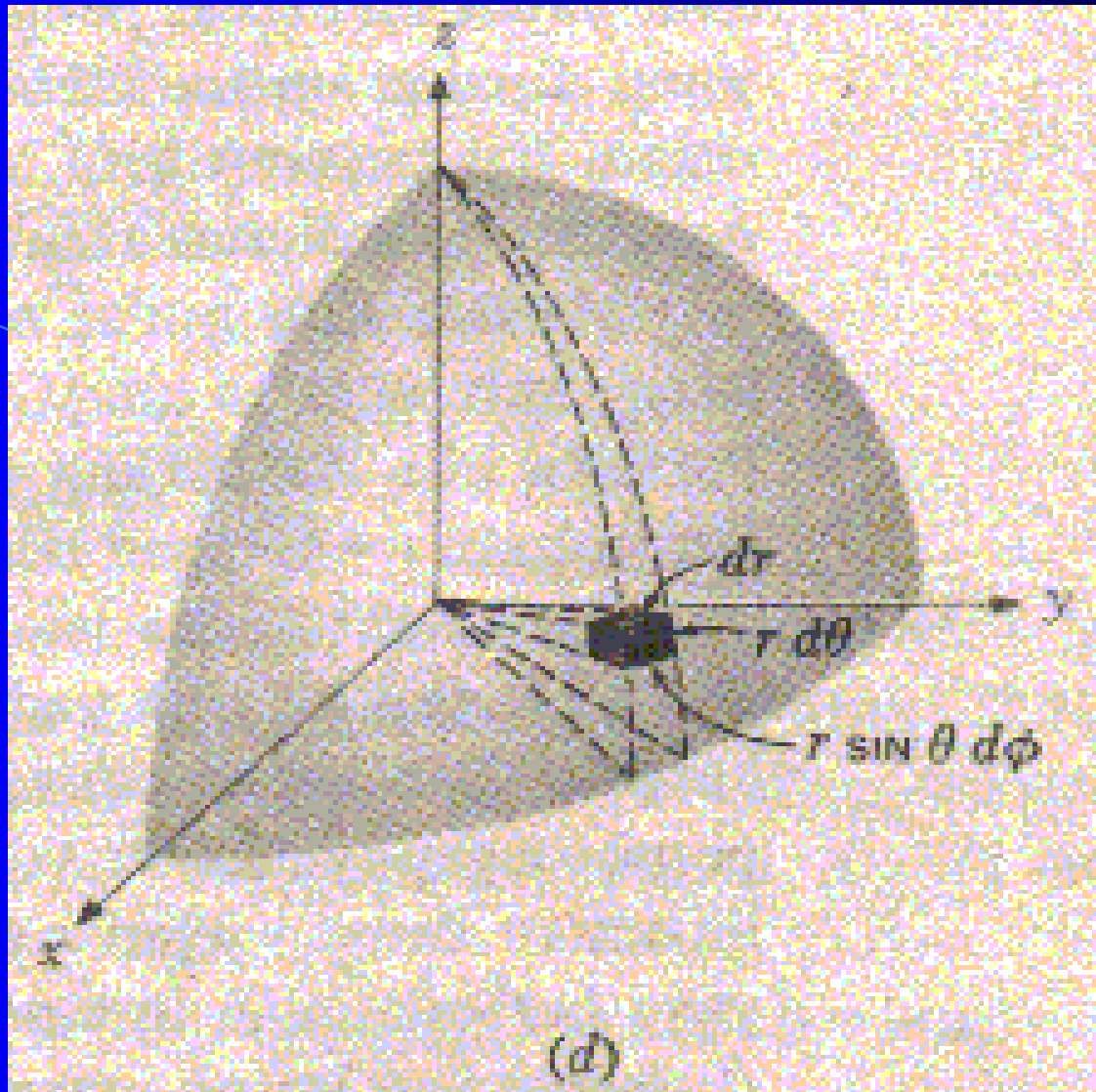
- Permukaan $\theta = \text{tetapan}$ ialah sebuah kerucut, dan kedua permukaan tersebut bola dan kerucut, di setiap titik perpotongannya selalu saling tegak lurus.
- Titik-titik tersebut membentuk lingkaran dengan jejari $r \sin \theta$. Koordinat θ bersesuaian dengan lintang, bedanya ialah lintang diukur dari ekuator (khatulistiwa) sedang θ diukur dari kutub utara.
- Koordinat ketiga yaitu ϕ juga merupakan sudut yang definisinya tetap sama dengan ϕ untuk koordinat tabung.
- Sudut ϕ ialah sudut antara sumbu x dengan garis proyeksi dari garis yang menghubungkan titik asal dengan titik yang ditinjau pada bidang $z = 0$.
- Besarnya sesuai dengan sudut bujur, hal yang berbeda adalah sudut ϕ bertambah ke arah timur.
- Permukaan $\phi = \text{tetapan}$ ialah sebuah bidang datar yang melalui garis $\theta = 0$ (atau sumbu z)..



Ketiga koordinat bola dan ketiga bidang yang saling tegak lurus pada sistem koordinat bola



Ketiga vektor satuan koordinat bola



Elemen volume diferensial pada sistem koordinat bola

- Elemen volume diferensial dapat dibangun dalam koordinat bola dengan memperhatikan pertambahan r , θ , dan ϕ dengan dr , $d\theta$, dan $d\phi$.
- Jarak antara dua permukaan bola dengan jejari r dan $r + dr$ ialah dr , jarak antara dua permukaan kerucut dengan sudut puncak yang ditentukan oleh θ dan $\theta + d\theta$ ialah $r d\theta$, dan jarak antara dua bidang datar radial pada sudut ϕ dan $\phi + d\phi$ didapatkan $r \sin \theta d\phi$ dengan menggunakan cara trigonometri.
- Permukaan batasnya mempunyai luas $r dr d\theta$, $r \sin \theta dr d\phi$, dan $r^2 \sin \theta d\theta d\phi$. Volumennya ialah $r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$.

Hubungan antara Sistem Koordinat Bola dan Sistem Koordinat Kartesian

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

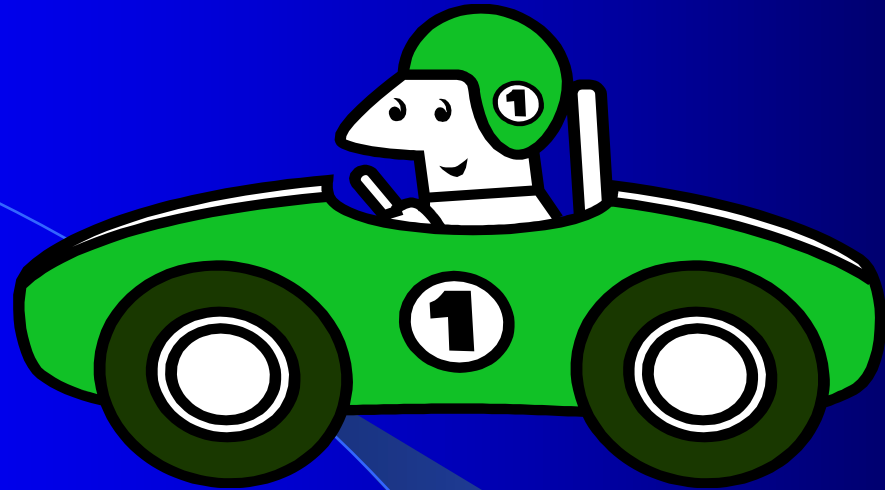
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (r \geq 0)$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

Hubungan antara Sistem Koordinat Bola dan Sistem Koordinat Kartesian

	\mathbf{a}_r	\mathbf{a}_θ	\mathbf{a}_ϕ
$\mathbf{a}_x \cdot$	$\sin \theta \cos \phi$	$\cos \theta \cos \phi$	$-\sin \phi$
$\mathbf{a}_y \cdot$	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$\cos \phi$
$\mathbf{a}_z \cdot$	$\cos \theta$	$-\sin \phi$	0



thank's

